Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Raaklijn aan cirkel

1 **maximumscore 4**

- $y=2x+2$ substitueren in $x^2+y^2=6x+6y-13$ geeft $x^2+(2x+2)^2=6x+6(2x+2)-13$ — 1
- Hieruit volgt $5x^2-10x+5=0$ (of $x^2-2x+1=0$) — 1
- (Uit $x^2-2x+1=0$ volgt) $(x-1)^2=0$ (of het gebruik van de abc-formule) — 1
- Dus $x=1$ en $y=4$ (dus $A(1,4)$) — 1

of

- (Uit kwadraat afsplitsen volgt) het middelpunt van de cirkel is $M(3,3)$ — 1
- De lijn door M loodrecht op l heeft vergelijking $y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $2x+2=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$ exact opgelost kan worden — 1
- Hieruit volgt $A(1,4)$ — 1

of

- (Uit kwadraat afsplitsen volgt) het middelpunt van de cirkel is $M(3,3)$ — 1
- $A(a, 2a+2)$ geeft $\text{rc}_{AM}=\dfrac{3-(2a+2)}{3-a}$ en dit moet gelijk zijn aan $-\frac{1}{2}$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\dfrac{1-2a}{3-a}=-\dfrac{1}{2}$ exact opgelost kan worden — 1
- Hieruit volgt ($a=1$ dus) $A(1,4)$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

2 **maximumscore 5**

- De coördinaten van T zijn $(0, 2)$ — 1
- De coördinaten van S zijn $(-1, 0)$ — 1
- (De coördinaten van het middelpunt van d zijn) $\left(\left(\frac{0+-1}{2}, \frac{2+0}{2}\right)=\right)\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ — 1
- De straal van d is $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{(0--1)^2+(2-0)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{5}$ — 1
- De afstand OM is $\sqrt{(0--\frac{1}{2})^2+(1-0)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{5}$ en dit is gelijk aan de straal (van d, dus d gaat door O) — 1

of

- De coördinaten van T zijn $(0, 2)$ — 1
- De coördinaten van S zijn $(-1, 0)$ — 1
- (De coördinaten van het middelpunt van d zijn) $\left(\left(\frac{0+-1}{2}, \frac{2+0}{2}\right)=\right)\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ — 1
- De straal van d is $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{(0--1)^2+(2-0)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{5}$ — 1
- Een vergelijking voor d is $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2=1\frac{1}{4}$ en het punt $O(0, 0)$ voldoet aan deze vergelijking want $\left(0+\frac{1}{2}\right)^2+(0-1)^2=1\frac{1}{4}$ (dus d gaat door O) — 1

Versturen van data

3 maximumscore 5

- De vergelijking $10 \cdot {}^{10}\log(R) = 40$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $R = 10\,000$ 1
- Dit geeft $C = 20 \cdot 10^6 \cdot {}^{2}\log(1 + 10\,000)$ 1
- Het gevraagde eindantwoord is 266 miljoen (bps) (of nauwkeuriger) 1

4 maximumscore 3

- De vergelijking
  $1{,}44 \cdot 1000 \cdot R - 1000 \cdot {}^{2}\log(1+R) = 0{,}01 \cdot 1000 \cdot {}^{2}\log(1+R)$
  (of $1{,}44 \cdot 1000 \cdot R = 1{,}01 \cdot 1000 \cdot {}^{2}\log(1+R)$) moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- (Tot aan) $R = 0{,}024$ 1

Opmerkingen

– *Als een kandidaat de vergelijking* $1{,}44 \cdot 1000 \cdot R = 0{,}01 \cdot 1000 \cdot {}^{2}\log(1+R)$ *oplost, ten hoogste 1 scorepunt voor deze vraag toekennen.*

– *Voor het antwoord 0,023 geen scorepunten in mindering brengen.*

5 maximumscore 4

- (Uit $S = 10 \cdot \log(R)$ volgt) $\log(R) = 0{,}1S$ 1
- Dit geeft $R = 10^{0{,}1S}$ 1
- ($R = 10^{0{,}1S}$ invullen in $C = B \cdot {}^2\log(R)$ geeft) $C = B \cdot {}^2\log\left(10^{0{,}1S}\right)$ 1
- $C = B \cdot S \cdot {}^2\log\left(10^{0{,}1}\right)$ (of $C = B \cdot 0{,}1S \cdot {}^2\log(10)$) en dit geeft $C = 0{,}332 \cdot B \cdot S$ 1

of

- (Uit $C = B \cdot {}^2\log(R)$ volgt) $C = B \cdot \dfrac{\log(R)}{\log(2)}$ 1
- (Uit $S = 10 \cdot \log(R)$ volgt) $\log(R) = 0{,}1S$ 1
- ($\log(R) = 0{,}1S$ invullen in $C = B \cdot \dfrac{\log(R)}{\log(2)}$ geeft) $C = B \cdot \dfrac{0{,}1S}{\log(2)}$ 1
- $C = \dfrac{0{,}1}{\log(2)} \cdot B \cdot S$ en dit geeft $C = 0{,}332 \cdot B \cdot S$ 1

of

- (Uit $S = 10 \cdot \log(R)$ volgt) $\log(R) = 0{,}1S$ 1
- Dit geeft $R = 10^{0{,}1S}$ 1
- (Uit $C = B \cdot \dfrac{\log(R)}{\log(2)}$ volgt) $\log(R) = \dfrac{\log(2) \cdot C}{B}$ en dus $R = 10^{\frac{\log(2) \cdot C}{B}}$ 1
- Dit geeft $10^{0{,}1S} = 10^{\frac{\log(2) \cdot C}{B}}$ (dus $0{,}1S = \dfrac{\log(2) \cdot C}{B}$) en vervolgens $C = \dfrac{0{,}1 \cdot B \cdot S}{\log(2)} = 0{,}332 \cdot B \cdot S$ 1

Wortelfunctie en transformatie

6 **maximumscore 6**

•	$f(0) = -8 + 2\sqrt{3 \cdot 0 + 9} = -2$ (dus $A(0, -2)$)	1
•	$f'(x) = \dfrac{2}{2\sqrt{3x+9}} \cdot 3$	2
•	$f'(0) = 1$	1
•	l heeft vergelijking $y = x - 2$	1
•	l snijdt de x-as in $(2, 0)$ (dus $B(2, 0)$ en dus $OA = OB$)	1

of

•	$f'(x) = \dfrac{2}{2\sqrt{3x+9}} \cdot 3$	2
•	$f'(0) = 1$	1
•	(Dus l heeft helling 1, dus) l maakt een hoek van 45° met de x-as	1
•	l maakt ook een hoek van 45° met de y-as	1
•	Driehoek OAB is een gelijkbenige driehoek (dus $OA = OB$)	1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het eerste alternatief en voor het eerste antwoordelement van het tweede alternatief uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

7 **maximumscore 7**

- $3x+9=0$ geeft $x_M=-3$ — 1
- (Uit $f(x)=0$ volgt) $\sqrt{3x+9}=4$ — 1
- Hieruit volgt $3x+9=16$ — 1
- Dit geeft $x_C=2\frac{1}{3}$ (en deze voldoet) — 1
- Er geldt $\sqrt{(y_M)^2+(5\frac{1}{3})^2}=6\frac{2}{3}$ (dus $(y_M)^2+(5\frac{1}{3})^2=(6\frac{2}{3})^2$) — 1
- Hieruit volgt $y_M=-4$ ($y_M=4$ voldoet niet) — 1
- $a=\dfrac{-4}{f(-3)}=\dfrac{-4}{-8}=\frac{1}{2}$ — 1

of

- $3x+9=0$ geeft $x_M=-3$ — 1
- (Uit $f(x)=0$ volgt) $\sqrt{3x+9}=4$ — 1
- Hieruit volgt $3x+9=16$ — 1
- Dit geeft $x_C=2\frac{1}{3}$ (en deze voldoet) — 1
- M heeft coördinaten $(-3,-8a)$ dus er geldt $\sqrt{(-8a)^2+(5\frac{1}{3})^2}=6\frac{2}{3}$ (dus $(-8a)^2+(5\frac{1}{3})^2=(6\frac{2}{3})^2$) — 1
- Hieruit volgt $64a^2=16$ — 1
- $a=\frac{1}{2}$ ($a=-\frac{1}{2}$ voldoet niet) — 1

Windmolens

8 maximumscore 3

- De vergelijking $\frac{1}{4}\cdot 5116\cdot 10^3\cdot\left(1-\left(\frac{w}{10}\right)^3-\left(\frac{w}{10}\right)^2+\left(\frac{w}{10}\right)\right)=1{,}21\cdot 10^6$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De snelheid van de wind achter de molen is 6,5 (m/s) 1

9 maximumscore 4

- $\frac{\mathrm{d}(1-p^3-p^2+p)}{\mathrm{d}p}=-3p^2-2p+1$ 1
- Het invullen van $p=\frac{1}{3}$ in $\frac{\mathrm{d}(1-p^3-p^2+p)}{\mathrm{d}p}$ geeft $-3\left(\frac{1}{3}\right)^2-2\left(\frac{1}{3}\right)+1$ 1
- Dit geeft $-3\left(\frac{1}{9}\right)-\frac{2}{3}+1=0$ (dus bij $p=\frac{1}{3}$ heeft de grafiek een horizontale raaklijn) 1
- (Bijvoorbeeld) een schets waaruit blijkt dat $p=\frac{1}{3}$ inderdaad een maximum oplevert 1

of

- $\frac{\mathrm{d}(1-p^3-p^2+p)}{\mathrm{d}p}=-3p^2-2p+1$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $-3p^2-2p+1=0$ opgelost kan worden 1
- $p=\frac{1}{3}$ ($p=-1$ voldoet niet) 1
- (Bijvoorbeeld) een schets waaruit blijkt dat $p=\frac{1}{3}$ inderdaad een maximum oplevert 1

10 maximumscore 3

- $E_{\text{max}}=\left(\frac{1}{4}\cdot c\cdot v^3\cdot\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^3-\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\right)=\right)\ \frac{8}{27}\cdot c\cdot v^3$ 1
- $\frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{wind}}}\cdot 100\%=\frac{\frac{8}{27}\cdot c\cdot v^3}{\frac{1}{2}\cdot c\cdot v^3}\cdot 100\%=\frac{\frac{8}{27}}{\frac{1}{2}}\cdot 100\%$ 1
- Het maximale percentage is 59(%) 1

Opmerking
Als een getallenvoorbeeld wordt gebruikt waarmee het gevraagde percentage wordt berekend, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Hyperbool

11 maximumscore 8

- $f'(x) = -2(2x-1)^{-2}$ 2
- De vergelijking $-2(2x-1)^{-2} = -2$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $(2x-1)^2 = 1$ 1
- Dit geeft $2x-1=1$ (of $2x-1=-1$) 1
- Hieruit volgt $x=1$ ($x=0$ voldoet niet) 1
- Een vergelijking voor l is $y=-2x+b$ 1
- l gaat door $(1,1)$ dus $b=3$ (het snijpunt van l met de y-as is dus $(0,3)$) 1

of

- Een vergelijking voor l is $y=-2x+b$ 1
- De vergelijking $\frac{1}{2x-1} = -2x+b$ moet precies één oplossing hebben 1
- Dus $(-2x+b)(2x-1)=1$ moet precies één oplossing hebben 1
- Dus $-4x^2+(2+2b)x+(-b-1)=0$ moet precies één oplossing hebben 1
- $D=(2+2b)^2-4\cdot-4\cdot(-b-1)=0$ 1
- Hieruit volgt $4b^2-8b-12=0$ 1
- Dit geeft $b^2-2b-3=0$ dus $(b-3)(b+1)=0$ 1
- Dus $b=3$ ($b=-1$ voldoet niet) (het snijpunt van l met de y-as is dus $(0,3)$) 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement van het eerste alternatief uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.

12 maximumscore 4

- $AB = \frac{1}{2a-1}$ 1
- $OA = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2a-1}\right)^2}$ 1
- Beschrijven hoe het minimum van OA gevonden kan worden 1
- De minimale lengte is 1,4 1

Parabolen en sinusoïde

13 maximumscore 2

- Er moet gelden $f(1) = 0$ 1
- $f(1) = a \cdot 1^2 - a = 0$ (dus het klopt) 1

of

- Er moet gelden $ax^2 - a = 0$ en dit geeft $a(x^2 - 1) = 0$ 1
- $x^2 - 1 = 0$ en dit geeft $x = 1$ (of $x = -1$) (dus het klopt) 1

14 maximumscore 5

- De vergelijking $\sin(2\pi x) = 1$ moet worden opgelost 1
- $2\pi x = \frac{1}{2}\pi\ (+2k\pi)$ 1
- ($x = \frac{1}{4} + k$ dus) de x-coördinaat van T is $1\frac{1}{4}$ 1
- Er moet gelden $a \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^2 - a = 1$ 1
- $a = \frac{16}{9}$ 1

of

- De periode van g is ($\frac{2\pi}{2\pi} =$) 1 1
- De x-coördinaat van T is $1\frac{1}{4}$ 1
- De y-coördinaat van T is ($\sin\left(2\pi \cdot 1\frac{1}{4}\right) =$) 1 1
- Er moet gelden $a \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^2 - a = 1$ 1
- $a = \frac{16}{9}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Fiets

15 maximumscore 6

- Er geldt $BF^2 = 542^2 + 425^2 - 2 \cdot 542 \cdot 425 \cdot \cos(58°)$ — 1
- Hieruit volgt: $BF = 479,\ldots$ (mm) — 1
- Er geldt $\dfrac{479,\ldots}{\sin(58°)} = \dfrac{542}{\sin(\angle ABF)}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- $\angle ABF = 73,3\ldots$ (°) — 1
- Het gevraagde verschil is $73,3\ldots - 71 = 2$ (°) — 1

of

- Er geldt $\sin(58°) = \dfrac{FF'}{542}$ met F' de projectie van F op AB — 1
- Hieruit volgt: $FF' = 459,64\ldots$ (mm) — 1
- Er geldt $\tan(58°) = \dfrac{459,64\ldots}{AF'}$ en hieruit volgt $AF' = 287,21\ldots$ (mm) — 1
- Dus $BF' = 425 - 287,21\ldots = 137,78\ldots$ (mm) — 1
- Uit $\tan(\angle ABF) = \dfrac{459,64\ldots}{137,78\ldots}$ volgt $\angle ABF = 73,3\ldots$ (°) — 1
- Het gevraagde verschil is $73,3\ldots - 71 = 2$ (°) — 1

of

- Er geldt $BF^2 = 542^2 + 425^2 - 2 \cdot 542 \cdot 425 \cdot \cos(58°)$ — 1
- Hieruit volgt: $BF = 479,\ldots$ (mm) — 1
- Er geldt $542^2 = 425^2 + 479,\ldots^2 - 2 \cdot 425 \cdot 479,\ldots \cdot \cos(\angle ABF)$ — 1
- $\cos(\angle ABF) = 0,287\ldots$ — 1
- $\angle ABF = 73,3\ldots$ (°) — 1
- Het gevraagde verschil is $73,3\ldots - 71 = 2$ (°) — 1

16 maximumscore 6

- Er geldt $a \cdot 75^n = 166$ en $a \cdot 97^n = 180$ 1
- Dit is te schrijven als $a = \dfrac{166}{75^n}$ en $a = \dfrac{180}{97^n}$ 1
- De vergelijking $\dfrac{166}{75^n} = \dfrac{180}{97^n}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt $n = 0{,}314...$ en $a = (\dfrac{166}{75^{0{,}314...}} =)\ 42{,}6\ldots$ (of $a = (\dfrac{180}{97^{0{,}314...}} =)\ 42{,}6\ldots$) 1
- De gevraagde cranklengte is ($L = 42{,}6\ldots \cdot 86^{0{,}314...} =$) 173 (mm) 1

of

- Er geldt $a \cdot 75^n = 166$ en $a \cdot 97^n = 180$ 1
- $\dfrac{a \cdot 75^n}{a \cdot 97^n} = \dfrac{166}{180}$ 1
- Dit geeft $\left(\dfrac{75}{97}\right)^n = \dfrac{166}{180}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt $n = 0{,}314...$ en $a = (\dfrac{166}{75^{0{,}314...}} =)\ 42{,}6\ldots$ (of $a = (\dfrac{180}{97^{0{,}314...}} =)\ 42{,}6\ldots$) 1
- De gevraagde cranklengte is ($L = 42{,}6\ldots \cdot 86^{0{,}314...} =$) 173 (mm) 1

Opmerking
In het derde antwoordelement van het eerste antwoordalternatief een vergelijking worden opgelost.
*Sommige grafische rekenmachines geven bij het oplossen van deze vergelijking een onjuiste waarde van n, met een bijbehorende waarde van a die bij benadering gelijk is aan 0 (zoals 1,88*10^-498).*
Indien de kandidaat in het vijfde antwoordelement deze gevonden waarden van n en a als antwoord geeft, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
Als vervolgens met deze gevonden waarden op juiste wijze wordt doorgerekend, ook hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Bronvermeldingen

Windmolens

foto De Windvogel - www.windvogel.nl - 2020

Fiets

figuur 3 Shimano - Futurumschop - 2019